

LA PARABOLA

Come riconoscere l'equazione della parabola

L'equazione $y = ax^2 + bx + c$ è l'equazione di una parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y. Si noti che

- y è di I grado ed ha come coefficiente 1;
- a è il numero che moltiplica la x^2 (termine di II grado). Il numero può essere sia positivo (con il + davanti) che negativo (con il meno davanti) ed è sempre diverso da zero;
- b è il numero che moltiplica la x (termine di I grado). Il numero può essere sia positivo (con il + davanti) che negativo (con il meno davanti) e quando non c'è nell'equazione si pone $b=0$.
- c è il numero senza lettera (termine noto) può essere sia positivo (con il + davanti) che negativo (con il meno davanti) e quando non c'è nell'equazione si pone $c=0$.

♥ Nota: fare attenzione ai segni!

Es.1: $y = x^2 - 5x + 6$ si ha $a = 1$, $b = -5$, $c = 6$

Es.2: $y = 2x^2 - 8$ si ha $a = 2$, $b = 0$, $c = -8$

Es.3: $y = -3x^2 - 6x$ si ha $a = -3$, $b = -6$ e $c = 0$.

Come disegnare una parabola (metodo generale)

Concavità

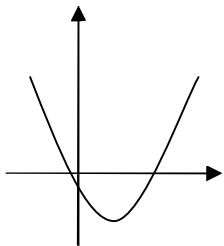
Se $a > 0$ la parabola ha concavità rivolta verso l'alto.

U

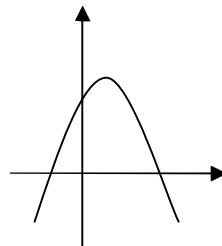
Se $a < 0$ la parabola ha concavità rivolta verso il basso.

∩

Es.1: $y = x^2 - 5x + 6$ $a = 1 > 0$ concavità verso l'alto



$a > 0$



$a < 0$

Vertice

Il vertice è il punto + basso o + alto, dipende dalla concavità, le cui coordinate si trovano con la formula $V = \left(-\frac{b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$, dove a,b,c sono i coefficienti nell'equazione di II grado della parabola.

Es.1: $y = x^2 - 5x + 6$ $V = \left(-\frac{-5}{2 \cdot 1}; \frac{4 \cdot 1 \cdot 6 - (-5)^2}{4 \cdot 1} \right) = \left(\frac{5}{2}; \frac{24 - 25}{4} \right) = \left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{4} \right)$

Oss.: Si noti che il numeratore della seconda frazione non è altro che il delta ($b^2 - 4ac$) cambiato di segno!!!

L'asse di simmetria

L'asse della parabola è la retta parallela all'asse y passante per il vertice di equazione $x = -b/2a$

$$\text{Es.1: } x = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$$

Intersezione con gli assi

Le intersezioni con gli assi servono a trovare i punti in cui la parabola taglia l'asse y e l'asse x. Il punto di intersezione con l'asse y c'è sempre, mentre i punti con l'asse x possono non esistere o essere due punti coincidenti o due punti distinti. Le intersezioni si trovano risolvendo i sistemi:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{cases}$$

Intersezione con l'asse y

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = 0 \end{cases} \text{ si sostituisce 0 al posto di x nella I equazione e si ha } \begin{cases} y = c \\ x = 0 \end{cases}$$

cioè si ha il punto $A = (0; C)$

$$\text{Es.1 } \begin{cases} y = x^2 - 5x + 6 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = +6 \\ x = 0 \end{cases}$$

si ottiene il punto di intersezione $A(0; 6)$.

Intersezione con l'asse x

$$\text{Es.1 } \begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{cases} \text{ si sostituisce al posto della y nella I equazione il numero 0 e si ha}$$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ dopo di ciò si risolve l'equazione di secondo grado } ax^2 + bx + c = 0 \text{ calcolando il}$$

delta $\Delta = b^2 - 4ac$ e le *eventuali* soluzioni $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ (si ricorda che se il delta è negativo non ci sono soluzioni e quindi non ci sono punti di intersezione, mentre se il delta è =0 i punti sono coincidenti). Se $\Delta > 0$ ci saranno due punti di intersezione $B = (x_1; 0)$ e $C = (x_2; 0)$.

$$\text{Es. 1 } \begin{cases} y = x^2 - 5x + 6 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{+5 \pm 1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Si hanno i due punti $B = (2; 0)$ e $C = (3; 0)$.

Un volta trovati il vertice e le intersezioni con gli assi rimane solo da collocare tali punti in un piano cartesiano e disegnare la parabola, facendo attenzione a tracciarla simmetrica rispetto all'asse di simmetria.

Provare a disegnare la parabola!!!

