Statistica

I valori medi

Indice

Medie di calcolo

1. ***Media aritmetica e sue proprietà***
2. ***Media geometrica***
3. ***Media quadratica***
4. ***Media armonica***

Medie di posizione

1. ***Mediana***
2. ***Moda o valore normale***

Torna alla presentazione

I valori medi

Concetto e tipo di medie

Il valore medio è un valore che esprime una tendenza centrale. Secondo ***Cauchy*** *la media di un insieme è un valore compreso fra il minimo e il massimo.* Più in generale :

Si può chiamare **media di una distribuzione $x_1, x_2, \ldots x_n$,** rispetto ad una funzione $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$, quella quantità che sostituita alle x_i nella funzione lascia invariato il risultato.

In statistica si distinguono di solito due tipi di medie.

- ◊ *medie di calcolo*; sono quelle che si calcolano tenendo conto di tutti i valori della distribuzione;
- ◊ *medie di posizione*; sono quelle che si calcolano tenendo conto solo di alcuni valori della distribuzione;

Studieremo quattro tipi di medie di calcolo (Aritmetica, Geometrica, Quadratica, Armonica) e due tipi di medie di posizione (mediana e moda o valore normale).

Considerazione sulle medie:
Media aritmetica, media armonica e media quadratica, sono casi particolari della formula generale della potenza *r-esima* data da:

$$M = \left(\frac{\sum x_i y_i}{\sum y_i} \right)^{1/r}$$

se $r = 1$: media aritmetica
se $r = 2$ media quadratica
se $r = -1$ media armonica

Se A = media armonica, G = media geometrica, M = media aritmetica, Q = media quadratica fra le quattro medie di calcolo si ha la seguente relazione:

$A \leq G \leq M \leq Q$

Torna all'indice

Media aritmetica

La media aritmetica è la media più conosciuta. Possiamo dire che:

Si definisce **media aritmetica** di più numeri quel valore che, sostituito ai dati, lascia invariata la loro somma.

Indicati con $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ i numeri dati abbiamo che:

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \ldots\ldots\ldots x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Se i valori x_i hanno frequenze diverse, ossia x_1 ha frequenza y_1, x_2 ha frequenza y_2 etc…si ha:

$$M = \frac{x_1y_1 + x_2y_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots x_ny_n}{y_1 + y_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots y_n} = \frac{\sum x_iy_i}{\sum y_i}$$

che si chiama *media aritmetica ponderata* poiché le frequenze vengono dette anche pesi.

Esempio: determinare l'età media di 50 giovani presenti in una pizzeria un sabato sera; indichiamo con x_i l'età e con y_i il numero di giovani per ogni classe di età.

	x_i	y_i	x_iy_i
	14	4	56
	15	6	90
	16	12	192
	17	18	306
	18	10	180
Totale		50	824

$$M = \frac{14*4 + 15*6 + 16*12 + 17*18 + 18*10}{50} = 16{,}48$$

Proprietà della media aritmetica

1ª Proprietà

La somma degli scarti positivi dalla media aritmetica è uguale, in valore assoluto,a quella degli scarti negativi, e quindi la somma algebrica di tutti gli scarti dalla media è uguale a zero.

Pertanto ne consegue che:

$\sum (x_i - \mathbf{M})=0$

2ª Proprietà

La somma dei quadrati degli scarti dei valori di una distribuzione dalla media aritmetica è minore della somma dei quadrati degli scarti da un qualsiasi altro valore.

Pertanto se indichiamo con $\mathbf{S^2}$ la somma dei quadrati degli scarti da un qualsiasi valore della distribuzione avremo:

$S^2 > \sum (x_i - \mathbf{M})^2$

Quest'ultima relazione in caso di media aritmetica ponderate diventa:

$S^2 > \sum (x_i - \mathbf{M})^2 * y_i$

Vedi considerazione sulle medie

Torna all'indice

Media geometrica

Si definisce **media geometrica** dei valori x_1, x_2,..........x_n, quel numero **G** che sostituito ai valori x_i lascia invariato il loro prodotto.

$$G = \sqrt[n]{x_1 * x_n * \ldots\ldots x}$$

Operando con i logaritmi si ha:

$$\mathbf{Log\ G = \frac{Log\ x_1 + Log\ x_2 + \ldots\ldots Log\ x_n}{n}}$$

Se prendiamo in considerazione anche i pesi abbiamo:

$$\mathbf{Log\ G = \frac{y_1 Log\ x_1 + y_2\ Log\ x_2 + \ldots\ldots y_n\ Log\ x_n}{\sum y_i}}$$

Esempio
Un titolo di borsa è stato quotato per tre settimane successive ai prezzi indicati dalla seguente tabella:

Settimana	1ª	2ª	3ª
Prezzo (in €)	**5,10**	**4,90**	**5,30**

Calcolare il prezzo medio del titolo.

Otteniamo $G = \sqrt[3]{5{,}10 * 4.90 * 5{,}30} = 5{,}09$

Lo stesso risultato si può ottenere operando con i logaritmi

$$\text{Log } G = \frac{\text{Log } 5{,}10 + \text{Log } 4{,}90 + \text{Log } 5{,}30}{3}$$

e svolgendo l'antilogaritmo del risultato trovato si troverà che $G = 5{,}09$

Torna all'indice

Media quadratica

Se si considera la somma dei quadrati dei valori x_1, x_2 …… x_n ed indichiamo con Q^2 tale somma, abbiamo:

$$Q = \sqrt{\frac{x_1 + x_2 + x_n}{n}}$$

per la media quadratica ponderata si ha:

$$Q = \sqrt{\frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_n y_n}{y_n}}$$

Esempio :

Si hanno quattro piccoli appezzamenti quadrati di terreno di lato rispettivamente 18, 24, 24, 32. Calcolare il lato di quattro quadrati uguali fra loro in modo che la superficie totale sia invariata.

$$Q = \sqrt{\frac{18^2 + 24^2 * 2 + 32^2}{4}} = \sqrt{\frac{2500}{4}} = \sqrt{625} = 25$$

Vedi considerazione sulle medie

Torna all'indice

Media armonica

La media armonica è il reciproco della media aritmetica calcolata sul reciproco dei valori.

$$A = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots\dots\dots \frac{1}{x_n}}$$

In caso di media armonica ponderata si ha:

$$A = \frac{\sum y_i}{\frac{y_1}{x_1} + \frac{y_2}{x_2} + \dots\dots \frac{y_n}{x_n}}$$

Esempio
Un treno percorre 300Km alle seguenti velocità : i primi 100 alla velocità di 120 Km/h, i successivi 80 alla velocità di 90 Km/h, i seguenti 50 alla velocità di 100 Km/h e la parte rimanente alla velocità di 80 Km/h. Calcolare la velocità media.

$$A = \frac{300}{\frac{100}{120} + \frac{80}{90} + \frac{50}{100} + \frac{70}{80}} = 96,861$$

Vedi considerazione sulle medie

Torna all'indice

Mediana

La mediana è una media di posizione e rappresenta il valore centrale della distribuzione quando i dati sono ordinati.

Si definisce **mediana** il valore che bipartisce la distribuzione, ossia il valore non inferiore a metà dei valori e non superiore all' altra metà.

Dato un insieme di valori ordinati se n è dispari la **mediana** è il valore centrale, se n è pari la semisomma dei due valori centrali. Per le distribuzioni di frequenza con valori discreti occorre considerare le frequenze assolute cumulate e determinare a quale valore corrisponde:

$\frac{\sum y_i}{2}$ se **n** è pari $\frac{1+\sum y_i}{2}$ se **n** è dispari

Settimana	**1ª**	**2ª**	**3ª**
Prezzo (in €)	**5,10**	**4,90**	**5,30**

Se osserviamo la tabella sopra che mostra l'andamento di un titolo nell'arco di 3 settimane, il valore mediano corrisponde alla 1ª settimana.

Osserviamo la tabella sotto con il peso di 600 neonati alla nascita

Peso (in grammi)	1800-2200	2200-2600	2600-3000	3000-3400	3400-3800	3800-4200	4200-4600
N° neonati	10	32	120	254	134	40	10
Frequenze cumulate	10	42	162	416	550	590	600

Per trovare il termine centrale dividiamo per 2 il numero totale dei neonati ed otteniamo 300. La **mediana** è il valore del peso che corrisponde al termine di posto 300 che bipartisce la distribuzione. Tale termine guardando la riga delle frequenze cumulate, si trova nella colonna corrispondente alla classe di peso 3000-3400.

Torna all'indice

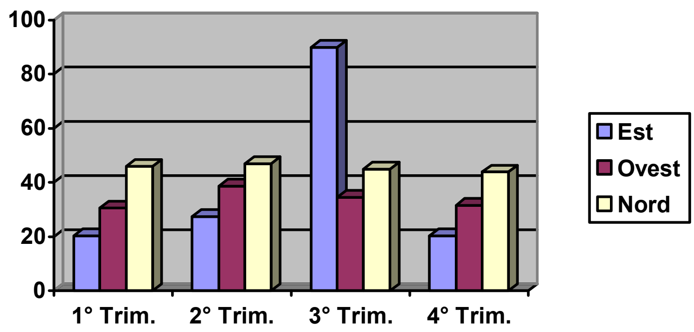
Moda

La *moda* o *valore modale* è una media di posizione

Si definisce ***moda*** o ***valore modale*** o anche ***norma*** di una distribuzione il valore della variabile al quale corrisponde la massima frequenza

Se i dati sono raggruppati in classi bisogna distinguere se le classi hanno la stessa ampiezza o hanno ampiezza diversa. Se le classi hanno la stessa ampiezza, si dirà **classe modale** quella che ha frequenza maggiore. Se le classi hanno ampiezza diversa si divide ogni frequenza per l'ampiezza della rispettiva classe e la **classe modale** è quella alla quale corrisponde il rapporto maggiore. In altri casi per individuare la classe modale si esamina l'istogramma della distribuzione: la **classe modale** è quella che ha per base il rettangolo di ampiezza massima. Supponiamo come nell'esempio sotto di esaminare il fatturato di un 'impresa che opera in tre aree diverse. In ogni trimestre la **classe modale** è la Nord eccetto il 3° trimestre in cui la **classe modale** è la Est. Se prendiamo in esame l'intero anno la **classe modale** è la Est relativa al terzo trimestre come si vede dal grafico e dalla tabella.

	1° Trimestre	2° Trimestre	3° Trimestre	4° Trimestre
Est	20,4	27,4	90	20,4
Ovest	38,6	38,6	34,6	31,6
Nord	45,6	46,9	45	43,9



Esaminiamo ora in una tabella la rilevazione delle vendite (in quintali) di una ditta in vari anni.

Anni	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
Quantità vendute	320	380	410	390	450	480	470	510

Il valore **moda** è 510 relativo all'esercizio 1985.

Torna all'indice