

La ricerca operativa (R.O.)

La ricerca operativa (nota anche come teoria delle decisioni, scienza della gestione o, in inglese, *Operational Research* e indicata con le sigle RO o OR) fornisce strumenti matematici di supporto alle attività decisionali in cui occorre gestire e coordinare attività e risorse limitate al fine di massimizzare o minimizzare (ottimizzare) una funzione obiettivo.

La ricerca operativa si occupa di formalizzare un problema in un modello matematico e calcolare, quando possibile, una soluzione ottima o approssimata (detta anche sub-ottima) per esso.

Quindi la R.O. può anche essere definita come un “*Metodo scientifico per la soluzione di problemi decisionali riguardanti generalmente l’assegnazione di risorse limitate*”.

Essa costituisce un approccio scientifico alla risoluzione di problemi complessi, si può ricondurre all’ambito della Matematica Applicata ma presenta forti caratteristiche interdisciplinari relative in prevalenza a Matematica, Informatica, Economia e finanza, Ingegneria ed altre. Inoltre la ricerca operativa ha molte applicazioni commerciali soprattutto negli ambiti economico, infrastrutturale, logistico, militare, della progettazione di servizi e di sistemi di trasporto e nelle tecnologie. Nel caso particolare di problemi di carattere economico, la funzione da massimizzare può coincidere con il massimo profitto ottenibile o con il minor costo da sostenere.

La ricerca operativa riveste un ruolo importante nelle attività decisionali perché permette di operare le scelte migliori per raggiungere un determinato obiettivo rispettando vincoli che sono imposti dall’esterno e non sono sotto il controllo di chi deve compiere le decisioni.

La ricerca operativa nasce con l’inizio della seconda guerra mondiale, con uno scopo inizialmente prettamente bellico. Il suo sviluppo partì inizialmente dall’Inghilterra, per la risoluzione di problemi di strategia militare: sia per l’organizzazione di un’efficace difesa antiaerea (in Inghilterra), sia per l’organizzazione di convogli di navi per l’approvvigionamento delle truppe (Stati Uniti). Con il termine della guerra e lo sviluppo (e il cambiamento) della società, i metodi di ricerca operativa sono stati applicati nei più svariati settori. Ne è un chiarissimo esempio il settore industriale nel quale le decisioni fatte all’interno delle imprese (che hanno raggiunto notevoli dimensioni) devono essere rapide e tempestive, onde evitare perdite ingenti di capitali o danni all’economia.

La Ricerca Operativa oggi

La necessità dell’uso dei metodi della Ricerca Operativa all’interno di molteplici situazioni del mondo reale è stata col passare degli anni sempre più riconosciuta con una sempre maggiore e rapida espansione delle aree di possibile applicazione. In particolare, gli ambiti di maggiore sviluppo e applicazione riguardano problemi manageriali, problemi gestionali e problemi di progettazione. Alcuni esempi di problematiche che possono essere affrontate (e risolte) con l’ausilio dei metodi della Ricerca Operativa sono i seguenti:

Problemi in ambito industriale:

– *pianificazione della produzione;*

si tratta di determinare i livelli di produzione e/o l’utilizzazione di risorse; si hanno spesso problemi di allocazione ottima di risorse cioè problemi riguardanti la distribuzione di risorse limitate tra alternative concorrenti in modo da minimizzare il costo complessivo o massimizzare il guadagno totale; tali risorse possono essere materie prime, manodopera, tempi di lavoro, capitali investiti.

– *gestione ottima delle scorte;*

si tratta di organizzare un magazzino nella gestione dei materiali o dei prodotti in lavorazione etc.; cioè di decidere quando e quanto, durante un processo produttivo, si deve immagazzinare, in modo da rispettare le consegne, minimizzando i costi; oppure se e quando riordinare i materiali, in modo da ottenere il miglior compromesso tra costi di acquisto, di produzione e di immagazzinamento.

– *localizzazione e dimensionamento di impianti;*

sono problemi in cui si deve decidere dove installare impianti di produzione in modo da rifornire in modo ottimale aree distribuite su un territorio, oppure decidere dove costruire le stazioni base di una rete di telecomunicazioni per coprire il territorio e con quale potenza esse devono trasmettere.

Problemi di progettazione ottima:

– *progettazione di reti e loro gestione;*

si tratta di definire i collegamenti e dimensionare le capacità di una rete di telecomunicazioni, di trasmissione dati, di circuiti, in modo da garantire il traffico tra le varie origini e destinazioni e minimizzare il costo complessivo;

– *progettazione strutturale;*

si tratta di problemi che nascono nell'ingegneria civile, industriale, nella meccanica aeronautica, etc. e hanno come scopo quello di definire un progetto di un edificio, di un ponte in modo che meglio resistano a sollecitazioni derivanti da vari agenti (terremoti, venti forti) oppure del profilo di un'ala di un aereo in modo che, ad esempio, sia massimizzata la portanza;

– *progettazione di sistemi ottici, progettazione di robot;*

si vuole ottenere un progetto che risponda a requisiti tecnici prefissati massimizzando alcuni parametri legati, ad esempio, alla precisione o alla prestazione;

– *allocazione ottima di componenti elettronici (VLSI design);*

si tratta di disegnare una piastra madre in modo che, ad esempio, siano minimizzate le lunghezze dei percorsi dei segnali elettrici;

Problemi di economia e finanza:

– *scelta di investimenti;*

si deve scegliere fra un vasto numero di possibilità a di investimento quali realizzare rispettando i vincoli imposti da un budget finanziario e massimizzando il guadagno;

– *composizione di un portafoglio;*

è il problema di decidere quali titoli e con quali quote investire capitali in modo da massimizzare il ricavo oppure minimizzando il rischio;

Problemi di organizzazione:

– *determinazione dei turni del personale;*

si tratta di coprire una serie di servizi rispettando i vincoli di contratto aziendale e minimizzando i costi, come, ad esempio, l'assegnamento di personale viaggiante ai treni o degli equipaggi ai voli in modo da minimizzare il numero dei viaggi necessari per far tornare il personale nella propria sede;

– *manutenzione di beni;*

cioè il problema di decidere quando e se effettuare la manutenzione di alcuni oggetti soggetti ad usura con il tempo, in modo da minimizzare il costo complessivo.

– *istadamento di veicoli;*

si deve decidere quali percorsi devono seguire i veicoli di un flotta (ad esempio di automezzi adibiti alla raccolta dei rifiuti o alla distribuzioni di prodotti ad una rete di negozi) in modo da minimizzare la distanza complessiva percorsa;

– *project planning;*

si tratta di decidere come gestire le risorse e come sequenziare le molteplici attività di un progetto;

Problemi scientifici:

– *studi sulla struttura del DNA;*

legati alla determinazione della sequenza di geni, minimizzando la probabilità di errore;

– *ricostruzione di immagini;*

è il problema della visualizzazione delle informazioni provenienti, ad esempio, da un satellite oppure da una TAC, in modo da ottenere un'immagine della migliore qualità possibile;

Problemi di diagnostica medica.

– interpretazione e analisi dei dati ottenibili da strumenti di analisi clinica.

Problemi di controllo ottimo:

– controllo di servomeccanismi e di sistemi di guida;

– controllo di traiettorie.

Tuttavia i metodi della Ricerca Operativa sono oggi utilizzati anche in settori lontani dagli ambiti più tradizionali come le *scienze sociali*, la *biologia*, le *scienze ambientali* e moltissimi altri.

Come si risolve un problema di ricerca operativa

La ricerca operativa in quanto tale prevede lo studio di situazioni reali e complesse, che vengono affrontate dapprima in modo descrittivo, poi con un metodo più astratto, esprimendo il problema stesso attraverso relazioni matematiche, che permettono sia di analizzare i fenomeni, sia di effettuare scelte relazionali. La ricerca operativa sorge quindi come un ritrovato di metodi e tecniche per la risoluzione di problemi non solo di settore economico-aziendale, ma anche delle attività umane dei sistemi organizzati.

La nascita e lo sviluppo sempre maggiore dei calcolatori, hanno poi permesso alla ricerca operativa di espandere i propri confini, rendendo la stessa in grado di far fronte a problemi più complessi sia per natura che per mole di dati da trattare.

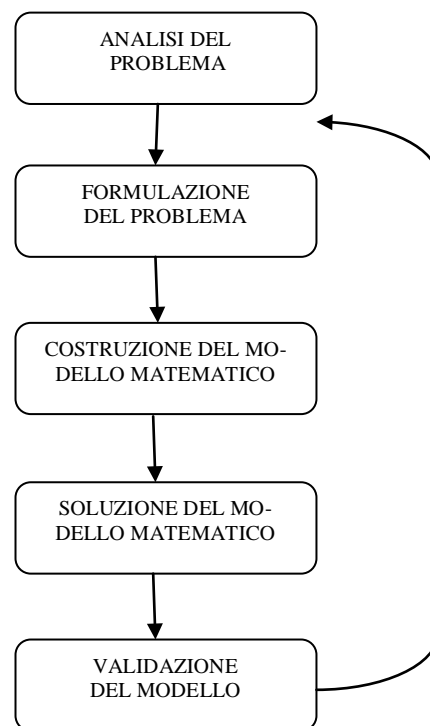
Diciamo quindi che la ricerca operativa analizza i problemi economici grazie all'utilizzo di diverse tipi di analisi, alcune infinitesimali altre numeriche, altre ancora create appositamente per far fronte ai problemi che si pongono.

La ricerca operativa non ha quindi lo scopo di sostituirsi al dirigente responsabile nel prendere decisioni, ma semplicemente lo aiuta, fornendo risoluzioni scientifiche ai problemi che si vengono a creare. Affinché questo avvenga è però necessario che il gruppo di ricerca sia formato da studiosi di varie discipline, matematici, statistici, fisici, economisti, psicologi e via dicendo, in che ognuno possa esaminare il problema nell'ambito della sua disciplina.

La *prima fase* della ricerca operativa consiste nell'esaminare la situazione che si viene a porre, e nella raccolta, nel modo più ampio ed approfondito possibile, delle informazioni ad essa relative - *Analisi del Problema*.

Nella *seconda fase* si passa a *formulare il problema*, ovvero all'individuazione delle variabili controllabili (o meno) e della funzione economica che si vuole massimizzare o minimizzare (*Funzione Obiettivo*). E' da notare il fatto che in tutti i sistemi organizzati, qualunque siano gli obiettivi che si pongono che possono essere diversi ed a volte tra in contrasto tra loro, la funzione economica che si desidera ottimizzare è comunque unica.

Un semplice esempio può essere fatto da un'organizzazione industriale, dove il settore vendite avrà come obiettivo quello di avere grandi scorte per una vasta gamma di prodotti, al contrario quello del settore finanziario, sarà quello della riduzione delle scorte, onde evitare di tenere del capitale immobilizzato. Sarà quindi compito della direzione quello di trovare un punto di incontro tra i diversi obiettivi ottimizzando al meglio la funzione economica.



Nella *terza fase* ci si occuperà della *costruzione (e dell'analisi) del modello matematico*, che dovrà rispettare al meglio il problema, anche se tuttavia sarà praticamente impossibile farlo in modo perfetto. Il modello che si verrà a creare non sarà però statico e definitivo, ma può essere modificato per renderlo il più possibile inerente al problema.

L'*analisi del modello* prevede la deduzione per via analitica, in riferimento a determinate classi di problemi, di alcune importanti proprietà; le principali sono:

- *esistenza ed unicità* della soluzione ottima;
- *condizioni di ottimalità*, cioè una caratterizzazione analitica della soluzione ottima;
- *stabilità* delle soluzioni al variare dei dati o di eventuali parametri presenti.

Il modello matematico decisionale che si verrà così a definire sarà espresso da una funzione da ottimizzare che avrà dei vincoli da rispettare (*vincoli tecnici e di segno*).

In generale il modello matematico è espresso da una funzione da ottimizzare: $U = f(x_i; y_i)$ dove le x_i sono le variabili controllabili (ad esempio le quantità di merce prodotte da un'azienda), mentre le y_i sono le variabili non controllabili (ad esempio le quantità di beni richiesti dai consumatori); alla funzione suddetta si aggiungono dei vincoli:

$$g(x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_m) \geq 0 \quad \text{vincoli tecnici;}$$

$$x_i \geq 0; y_j \geq 0 \quad \text{vincoli di segno;}$$

Nella costruzione del modello si renderà indispensabile l'inserimento di ipotesi semplificatrici, per semplificare appunto il modello stesso, tali però da non modificare la natura del problema. Il modello matematico è di fondamentale importanza per la ricerca operativa, perché oltre a rappresentare il problema, permette di eseguire delle sperimentazioni impossibili nella realtà, questo sarà utile per l'analisi dei cambiamenti che si potrebbero verificare modificando i valori di determinate variabili.

Nella *quarta fase* ci si occupa della *soluzione del modello*, preferibilmente con i metodi di matematica classica e con l'analisi numerica, oppure in alternativa con delle tecniche di iterazione partendo da una prima soluzione. In alcuni casi con metodi di simulazione utilizzando un elaboratore (è questo il caso, per esempio, in cui sono presenti variabili legate ad eventi casuali).

La *quinta fase* è quella in cui le soluzioni ottenute vengono analizzate e verificate (*validazione del modello*). Si procede quindi applicando i risultati ottenuti dalla ricerca per verificare la rappresentatività del modello e se la soluzione teorica offre i vantaggi attesi. In base ai risultati di questa fase, se necessario, si effettua quindi una correzione del modello e si ripercorre il procedimento.

Dopo il controllo e l'eventuale modifica del modello, il gruppo di ricercatori presenta quindi i risultati ai responsabili e si procede con l'attuazione del progetto.

Classificazione dei problemi di decisione

I problemi di ricerca operativa sono molti e diversi fra loro. Per la loro risoluzione si sono stabilite delle specifiche tecniche come:

- ✚ La **programmazione lineare**: impiegata per pianificare produzioni, assegnare risorse, ...
- ✚ La **programmazione dinamica**: utilizzata per programmare le spese della pubblicità, per la distribuzione delle vendite, ...
- ✚ La **teoria delle code**: utile ad esempio nei problemi di gestione del traffico (non sempre inteso nella maniera classica di traffico di mezzi di trasporto ...)
- ✚ Le **teoria delle scorte**: di fondamentale importanza nei problemi che implicano la conservazione di beni
- ✚ Le **tecniche reticolari**: utilizzate per l'analisi e il controllo di progetti

Frequentemente, ai dirigenti di vari tipi di impresa si presentano problemi di decisione. In ogni decisione si effettua una scelta per ottimizzare una funzione economica: si tratta, per esempio, di rendere minimo un costo, o massimo un utile. La Ricerca Operativa ha sviluppato tecniche diverse secondo i problemi da affrontare.

I problemi di scelta si possono classificare rispetto a varie caratteristiche.

Una prima suddivisione porta a distinguere i problemi di scelta in relazione al numero delle *variabili indipendenti*, dette **variabili di azione** (o di **decisione**): sono le variabili (o incognite) delle quali occorre trovare il valore ottimo, cioè il valore che rende ottima la funzione obiettivo: Tale valore ottimo delle variabili costituisce la soluzione ottima del problema.

Si hanno così problemi di scelta dipendenti da una sola variabile e problemi di scelta dipendenti da due o più variabili.

Le variabili non sono libere di assumere qualunque valore, ma sono condizionate da vincoli di vario genere che si esprimono, dal punto di vista matematico, mediante equazioni e/o disequazioni. Un primo vincolo solitamente presente è il *vincolo di segno*, poiché le grandezze economiche (quantità di merce prodotta, numero di addetti, ecc.) devono essere non negative (maggiori o uguali a zero). Altri vincoli sono di natura tecnologica: ad esempio, la quantità prodotta non può essere superiore alla capacità massima produttiva degli impianti, la quantità di merce trasportata non può superare la capienza dei depositi di arrivo o la portata massima dei mezzi di trasporto, ecc.

Per effetto di questi vincoli la variabile, o le variabili, possono assumere un insieme di valori, detto *campo di scelta* (in termini geometrici, *regione ammissibile*), che può essere *discreto*, se i valori delle variabili sono in numero finito (ad esempio numeri naturali), oppure *continuo* se i valori di ogni variabile sono tutti quelli di uno o più intervalli reali.

Un'altra importante classificazione è effettuata in base alle condizioni in cui si opera la scelta, e tra queste distinguiamo:

- ✚ Problemi di scelta in *condizioni di certezza*: con dati e conseguenze determinabili a priori;
- ✚ Problemi di scelta in *condizioni di incertezza*: quando alcune grandezze sono variabili aleatorie.

Se teniamo inoltre conto del tempo entro cui si effettua una decisione distinguiamo:

- ✚ Problemi di scelta *con effetti immediati*: se il tempo che intercorre tra il prendere la decisione e l'attuazione della scelta non ha influenza sulla decisione stessa
- ✚ Problemi di scelta *con effetti differiti*: se il tempo che intercorre tra il prendere la decisione e l'attuazione della scelta influenza la decisione.

Nella realtà economica, i fattori che intervengono sono quasi sempre di tipo aleatorio, cioè incalcolabile; tuttavia per una prima analisi del problema posto, risulta di grande utilità ipotizzare che questi fattori sia variabili certe, determinate, comunque indipendenti da eventi aleatori. Prendiamo ad esempio in considerazione il fatto che tutta la merce prodotta da una determinata industria sia venduta; tuttavia in realtà questo accade molto di rado. Riassumendo il problema principale è quello di individuare massimo o minimo di una certa funzione economica, o di scegliere il procedimento che più conviene tra le varie alternative che si pongono.

Possiamo quindi distinguere:

- ✚ Problemi di scelta nel caso continuo
- ✚ Problemi di scelta nel caso discreto
- ✚ Problemi di scelta fra due o più vie di azione

Problemi di scelta nel caso continuo

In questo tipo di problemi la funzione economica è una funzione reale di una variabile reale, capace di assumere tutti i valori compresi in un certo intervallo $[a,b]$.

Per la risoluzione di questo tipo di problema la funzione viene rappresentata graficamente, determinando quindi il minimo o massimo assoluto nell'intervallo considerato.

Problemi di scelta nel caso discreto

In questo caso se la variabile in questione è di tipo intero (uomini, macchine, pezzo, ecc.) la funzione economica viene rappresentata sul piano cartesiano con dei semplici punti e se i valori non sono un numero eccessivo si costruisce una tabella tramite la quale si calcola il massimo o minimo, e si deduce per quale o quali valori si ha l'ottimo.

In capo economico si usa utilizzare il metodo chiamato *criterio marginalistico*, che si basa sullo studio del segno degli incrementi, differenza fra i valori della funzione per due valori successivi della variabile. In formule:

$$\Delta f = f(x + 1) - f(x)$$

Se gli incrementi risultano positivi allora la funzione è crescente, se al contrario risultano negativi, allora si avrà un funzione decrescente. Il valore di massimo o di minimo, si avrà per mezzo di f che assumerà valore negativo qualora il punto sia massimo, o positivo qualora il punto sia di minimo.

Se siamo in presenza di molti valori e la funzione è espressa tramite una legge matematica, allora la funzione viene rappresentata nel continuo, e si estrapolano dal grafico dei valori interni per ottimizzare la funzione.

Problemi di scelta fra due o più alternative

Entrambi i problemi esaminati fino ad ora, necessitano la scelta di un valore della variabile x che ottimizzi la funzione economica; ma in questo caso il problema che ci troviamo ad affrontare è diverso.

Si hanno infatti due o più funzioni, che possono ad esempio rappresentare i diversi procedimenti che si conoscono per la fabbricazione del medesimo prodotto, e tra queste va scelta quella migliore. Naturalmente sarà tenuto conto del fatto che per ogni quantità c'è un'alternativa migliore, questa sarà quella che verrà scelta mentre quella che sarà scartata sarà la peggiore rispetto alle altre; in generale si può quindi dire che entro dei certi limite sarà un'alternativa quella più conveniente, mentre un'altra alternativa potrà essere presa in considerazione per dei limiti differenti.

Il procedimento consiste quindi nel rappresentare in uno stesso sistema di assi cartesiani ortogonali le funzioni economiche delle varie alternative, e determinare i vari punti di intersezione che rendono appunto il nome di *punti di indifferenza*, preso in considerazione il fatto che per quei punti i valori della x e della y sono uguali.